גאומטרייה אנליטית

מצגת הסבר – נקודות, ישרים ומשולשים במערכת צירים

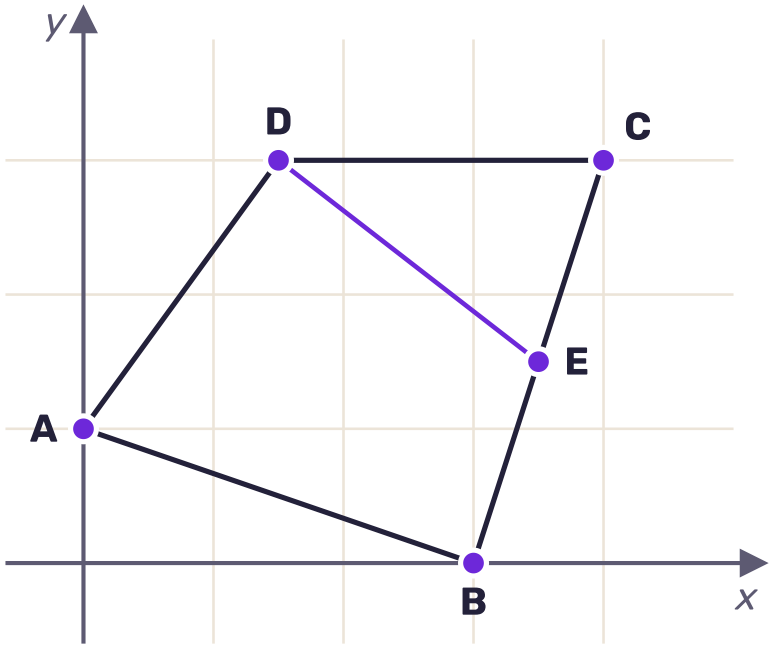
מתמטיקה 3 יח"ל | שאלון 35372 | תכנית חדשה | לפי הנוסחאון

האתר נבנה ע"י עדי והבינה

מה נלמד?

בשאלה יש צורה (משולש או מרובע) במערכת צירים. מחשבים בעזרת **שיעורי הנקודות** ו**משוואות הישרים**:

1. נקודות על הצירים ונקודת חיתוך של ישרים
2. שיפוע ומשוואת ישר
3. ישרים מאונכים ומקבילים
4. אמצע קטע ואורך קטע
5. להראות שמשולש שווה שוקיים / ישר זווית
6. שטח והיקף



המרובע $ABCD$ – בגרות קיץ תשפ"ו

המושגים

נקודה (x, y)

נקודה על ציר ה־y ← $x = 0$

נקודה על ציר ה־x ← $y = 0$

ישר $y = mx + b$

m – השיפוע (המקדם של x).

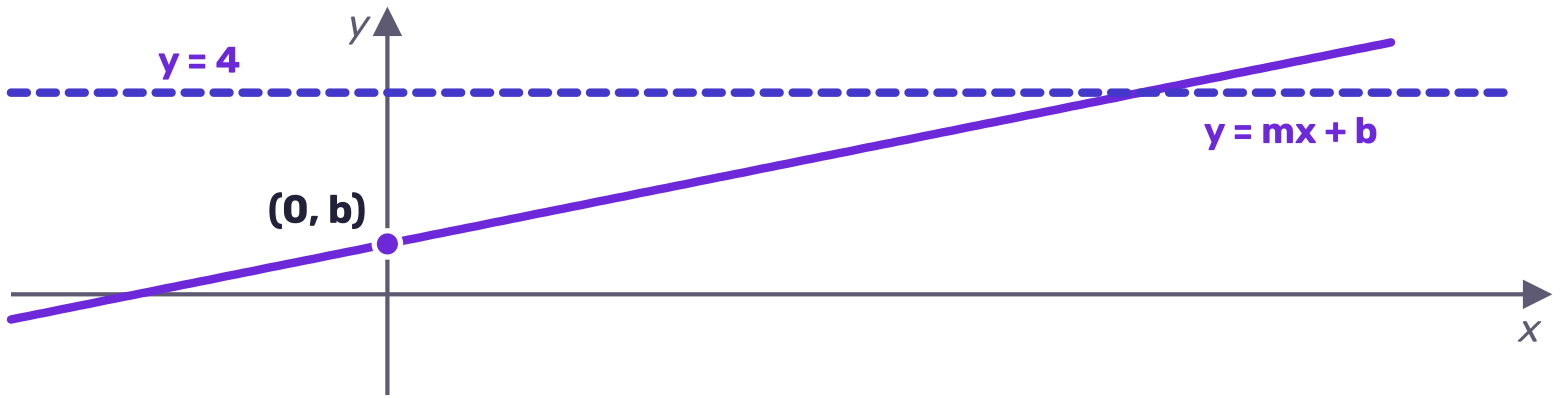
b – החיתוך עם ציר ה־y, בנקודה $(0, b)$.

ישר מקביל לציר ה־x

משוואתו $y =$ מספר, למשל $y = 6$. השיפוע 0.

ישר מקביל לציר ה־y

משוואתו $x =$ מספר, למשל $x = 4$.



מה יש בנוסחאון?

מהנוסחאון – גאומטרייה אנליטית

השיפוע m של ישר העובר דרך (x_1, y_1) ו־(x_2, y_2)	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
משוואת ישר ששיפועו m, העובר בנקודה (x_1, y_1)	$y - y_1 = m(x - x_1)$
אמצע הקטע שקצותיו $A(x_1, y_1)$ ו־$B(x_2, y_2)$	$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}$
המרחק d בין $A(x_1, y_1)$ ל־$B(x_2, y_2)$	$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
ישרים מאונכים זה לזה אם ורק אם	$m_1 \cdot m_2 = -1$
ישרים מקבילים זה לזה אם ורק אם	$m_1 = m_2 \quad (b_1 \neq b_2)$

כל הנוסחאות של הנושא נמצאות בנוסחאון – צריך לדעת **מתי** להשתמש בכל אחת.

כלי 1: נקודות על הצירים

- נקודה על ציר ה־y ← מציבים $x=0$ במשוואת הישר.
- נקודה על ציר ה־x ← מציבים $y=0$ ופותרים.

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 2

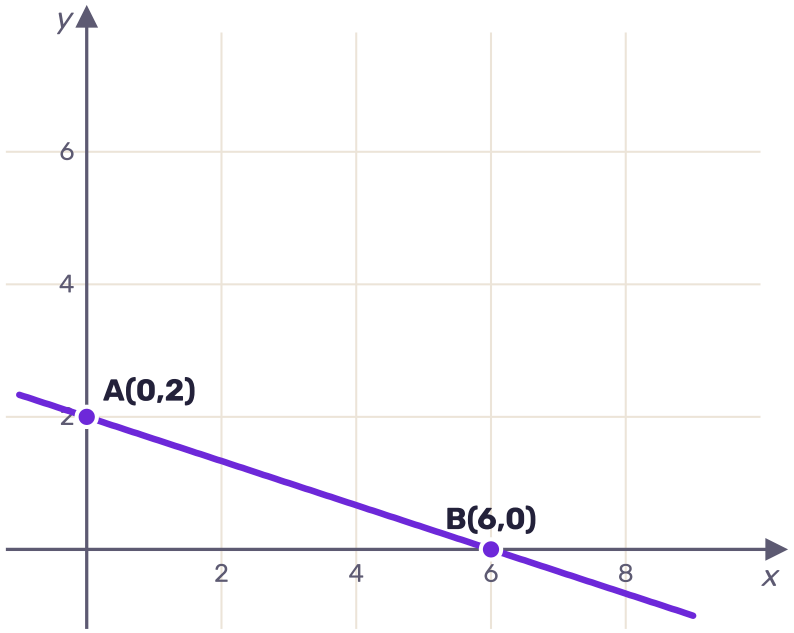
משוואת הישר AB היא $y=-\frac{1}{3}x+2$.

הנקודה A על ציר ה־y, והנקודה B על ציר ה־x.

$$x=0: \quad y=-\tfrac{1}{3}\cdot 0+2=2 \;\Rightarrow\; A(0,2)$$

$$y=0: \quad 0=-\tfrac{1}{3}x+2 \;\Rightarrow\; \tfrac{1}{3}x=2 \;\Rightarrow\; x=6$$

$$A(0,2)\text{, } B(6,0)$$



כלי 2: שיפוע ומשוואת ישר

שיפוע משתי נקודות

$A(0,2)$ ו־$B(6,0)$:

$$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-2}{6-0} = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$$

✓ מתאים למקדם של x ב־$y = -\frac{1}{3}x + 2$

משוואת ישר: שיפוע + נקודה

הישר BC: שיפוע 3, עובר דרך $B(6,0)$:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$
$$y - 0 = 3(x - 6)$$
$$y = 3x - 18$$

1. מוצאים את השיפוע (משתי נקודות, או ממאונך / מקביל).
2. מציבים שיפוע ונקודה ב־$y - y_1 = m(x - x_1)$, פותחים סוגריים ומבודדים את y.

כלי 3: ישרים מאונכים ומקבילים

מאונכים: $m_1 \cdot m_2 = -1$

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 2

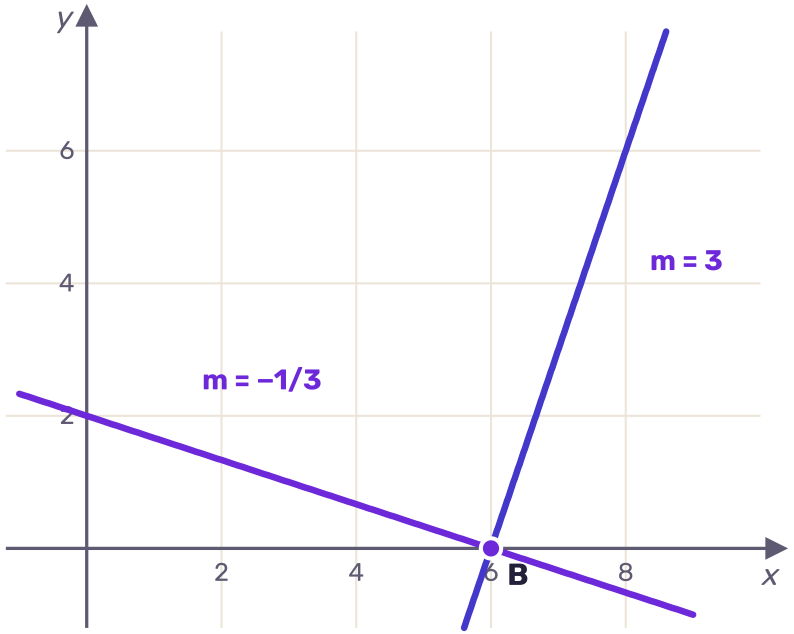
$BC \perp AB$ ו־$m_{AB} = -\frac{1}{3}$:

$$-\frac{1}{3} \cdot m_{BC} = -1 \;\Rightarrow\; m_{BC} = 3$$

דרך מהירה: הופכים את השבר ומחליפים סימן: $-\frac{1}{3} \leftarrow 3$

מקבילים: $m_1 = m_2$

ישר המקביל ל־$y = 2x + 5$ – גם לו שיפוע 2.



$-\frac{1}{3} \cdot 3 = -1 \leftarrow$ זווית ישרה ב־B

כלי 4: נקודת חיתוך של שני ישרים

1. משווים את ה־y של שתי המשוואות.
2. פותרים ומוצאים את x.
3. מציבים את x באחת המשוואות ← y.

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 2

CD מקבילה לציר ה־x ועוברת דרך $D(3,6)$.

לכן משוואת CD היא $y=6$.

C נמצאת על CD וגם על BC:

$$6=3x-18 \;\Rightarrow\; 3x=24 \;\Rightarrow\; x=8$$

$$C(8,6)$$

עוד דוגמה: שני ישרים משופעים

איפה נחתכים $y=3x-18$ ו־$y=-\frac{1}{3}x+2$?

$$3x-18=-\frac{1}{3}x+2$$

$$3x+\frac{1}{3}x=20 \;\Rightarrow\; \frac{10}{3}x=20 \;\Rightarrow\; x=6$$

$$y=3\cdot 6-18=0$$

✓ **זו הנקודה B – $(6,0)$**

כלי 5: אמצע קטע ואורך קטע

אמצע קטע

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 2

E אמצע BC, עם $B(6,0)$ ו־$C(8,6)$:

$$y_E = \frac{0+6}{2} = 3 \qquad x_E = \frac{6+8}{2} = 7$$

$$E(7,3)$$

אורך קטע (מרחק)

$E(7,3)$ ו־$D(3,6)$:

$$ED = \sqrt{(7-3)^2 + (3-6)^2}$$
$$= \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

קטע מקביל לציר – פשוט ההפרש בשיעורים:

$D(3,6)$ וגם $C(8,6)$ ← $DC = 8-3 = 5$

שימו לב: בריבוע של מספר שלילי – בסוגריים: $(3-6)^2 = (-3)^2 = 9$, לא -9.

כלי 6: סוג המשולש, שטח והיקף

שווה שוקיים

מחשבים אורכי צלעות ומראים ששתיים שוות: $ED = DC = 5 \leftarrow \triangle EDC$ שווה שוקיים.

ישר זווית

מראים ששתי צלעות מאונכות: $m_1 \cdot m_2 = -1$.

היקף

סכום אורכי הצלעות. בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 2

$$EC = \sqrt{(8-7)^2 + (6-3)^2} = \sqrt{10}$$

$$P_{\triangle EDC} = 5 + 5 + \sqrt{10} \approx 13.16$$

שטח משולש

כשצלע מקבילה לציר – היא הבסיס, והגובה הוא הפרש שיעורים.

בגרות חורף תשפ"ד (2024) • שאלה 1

EB מקבילה לציר ה־x, ולכן:

$$EB = 20 - 0 = 20 \qquad h = 9 - 5 = 4$$

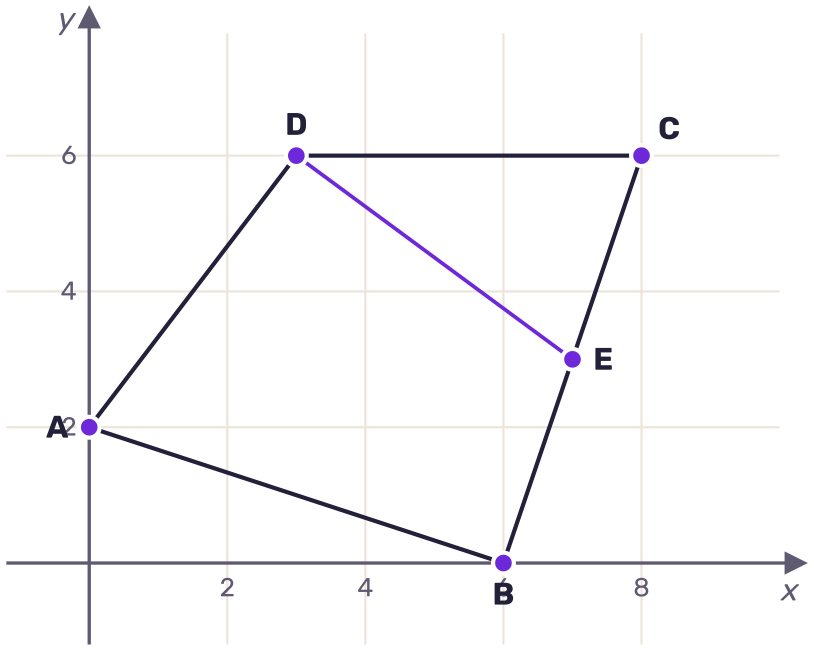
$$S_{\triangle EBF} = \frac{EB \cdot h}{2} = \frac{20 \cdot 4}{2} = 40$$

במשולש **ישר זווית**: השטח = מכפלת הניצבים חלקי 2.

שאלת בגרות פתורה (חלק א)

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 2

- $ABCD$ מרובע. הקודקוד A על ציר ה־y, והקודקוד B על ציר ה־x.
- משוואת AB היא $y=-\frac{1}{3}x+2$, והצלע BC מאונכת ל־AB.
- CD מקבילה לציר ה־x, והנקודה D היא $(3,6)$.
- E היא אמצע הצלע BC.



א מציבים $x=0 \leftarrow y=2$. מציבים $y=0 \leftarrow x=6$.

$A(0,2)$ **וגם** $B(6,0)$

ב מאונך: $m_{BC}\cdot m_{BC}=-1$, ולכן $m_{BC}=3$. דרך $B(6,0)$:

$$y-0=3(x-6)$$

$$BC:\ y=3x-18$$

ג משוואת CD היא $y=6$. מציבים ב־BC:

$$6=3x-18 \ \Rightarrow\ x=8$$

$$C(8,6)$$

שאלת בגרות פתורה (חלק ב)

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 2

ד1 E אמצע BC:

$$x_E = \frac{6+8}{2} = 7 \qquad y_E = \frac{0+6}{2} = 3$$

$$E(7,3)$$

ד2 להראות ש־$\triangle EDC$ שווה שוקיים:

$$ED = \sqrt{(7-3)^2+(3-6)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$DC = 8-3 = 5$ (מקבילה לציר ה־x)

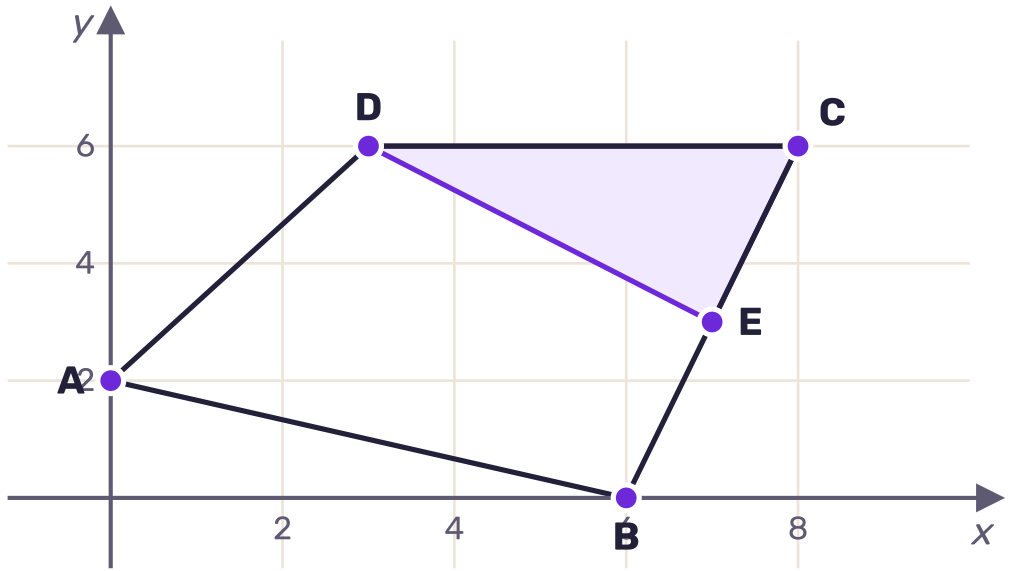
$ED = DC = 5$ ← **שווה שוקיים**

ה היקף $\triangle EDC$ – חסרה הצלע EC:

$$EC = \sqrt{(8-7)^2+(6-3)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

$$P = 5+5+\sqrt{10} = 10+\sqrt{10}$$

$$P \approx 13.16$$



שימו לב – הטעויות הנפוצות

1. **בשיפוע** – אותו סדר למעלה ולמטה: $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$.
2. **מאונך:** הופכים את השבר **וגם** מחליפים סימן. למשל $2 \leftarrow -\frac{1}{2}$
3. **בפתיחת סוגריים** כופלים את שני האיברים: $3(x-6)=3x-18$.
4. **נקודה על ציר ה־x:** מציבים $y=0$ (ולא $x=0$).
5. **במרחק**: מספר שלילי בריבוע – חיובי.
6. **ישר מקביל לציר ה־x:** משוואתו כמו $y=6$, ולא $x=6$.
7. **„להראות"**: כותבים את החישוב ואת המסקנה במילים.
8. **שורש:** משאירים $\sqrt{10}$, או מעגלים רק בסוף: $\sqrt{10}\approx 3.16$

בדיקה עצמית

נתונות הנקודות $A(2,1)$ ו־$B(6,3)$.

1. מצאו את השיפוע של AB.
2. מצאו את משוואת הישר AB.
3. מצאו את אמצע הקטע AB.
4. חשבו את אורך הקטע AB.
5. מצאו את משוואת הישר המאונך ל־AB ועובר דרך B, ואת נקודת החיתוך שלו עם ציר ה־x.

התשובות (לפתוח אחרי שפתרתם)

1. $m = \frac{3-1}{6-2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
2. $y = \frac{1}{2}x \leftarrow y - 1 = \frac{1}{2}(x-2)$
3. $\left(\frac{2+6}{2}, \frac{1+3}{2}\right) = (4,2)$
4. $\sqrt{4^2+2^2} = \sqrt{20} \approx 4.47$
5. שיפוע -2: $y - 3 = -2(x-6) \leftarrow$

$$y = -2x + 15$$

$$y = 0 \leftarrow x = 7.5 \leftarrow (7.5,\ 0)$$

לתרגול: באתר יש 17 שאלות בגרות בגאומטרייה אנליטית, עם פתרון מלא לכל סעיף.