התפלגות נורמלית

מצגת הסבר – הגרף מהנוסחאון, אחוזים וציון תקן

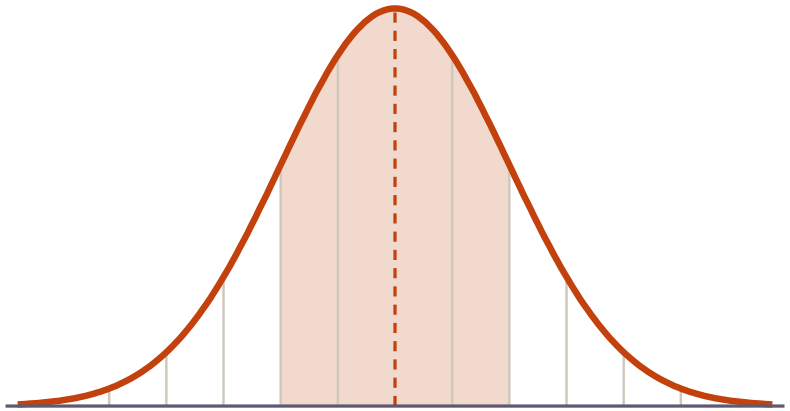
מתמטיקה 3 יח"ל | שאלון 35372 | תכנית חדשה | לפי הנוסחאון

האתר נבנה ע"י עדי והבינה

מה נלמד?

הרבה מדידות בחיים – גובה, משקל, ציונים, זמנים – מתפלגות **נורמלית**:
רוב התוצאות קרובות לממוצע, ומעט מאוד רחוקות ממנו.

1. לקרוא אחוזים מהגרף שבנוסחאון
2. למצוא את סטיית התקן S או את הממוצע $\bar{x}$
3. להשלים את המלבנים שעל הציר
4. לעבור מאחוזים למספר אנשים – ובחזרה
5. לחשב ציון תקן z ולהשוות



„פעמון" סימטרי סביב הממוצע

המושגים

הממוצע $\bar{x}$

באמצע הגרף. הגרף **סימטרי** סביבו: 50% מהתוצאות מתחת לממוצע ו־50% מעליו.

סטיית התקן S

כמה התוצאות „מפוזרות" סביב הממוצע. S גדולה ← פעמון רחב.

השטח = אחוז

השטח מתחת לגרף בין שני ערכים = אחוז התוצאות שביניהם. כל השטח = 100%.

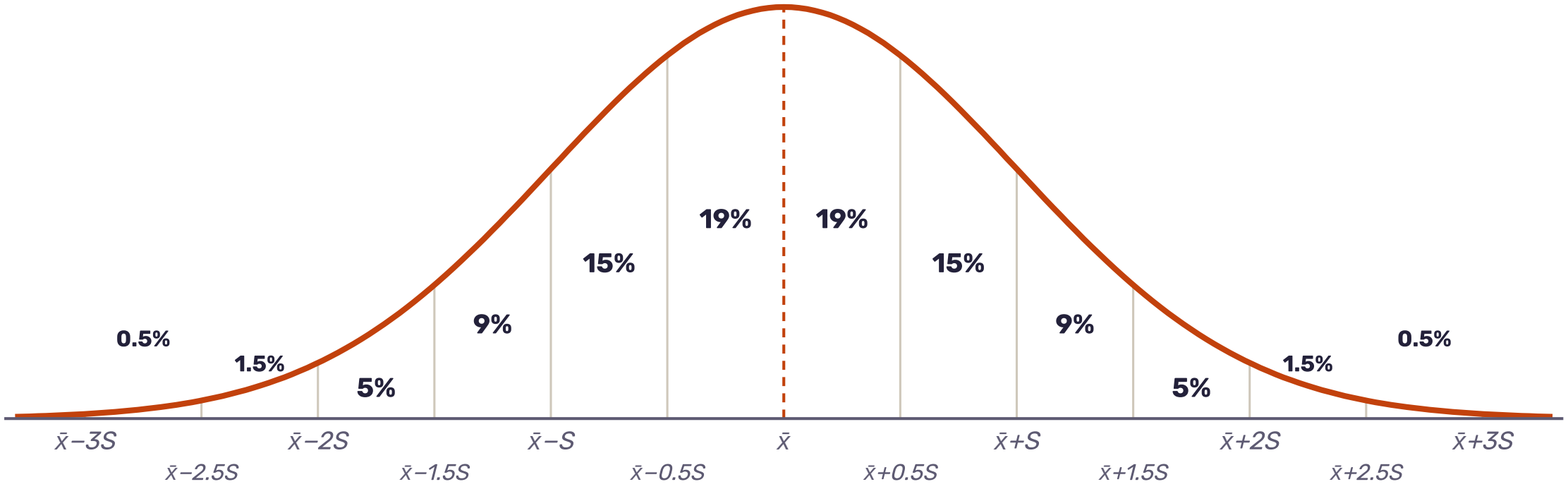
הצעדים על הציר

בגרף שבנוסחאון כל קטע הוא **חצי** סטיית תקן: $\bar{x}$, $\bar{x}+0.5S$, $\bar{x}+S$, ...

בשאלה כתוב למשל: „המשקלים מתפלגים נורמלית, הממוצע 630 וסטיית התקן 120". כלומר $\bar{x}=630$ ו־$S=120$.

הגרף מהנוסחאון

מהנוסחאון – גרף ההתפלגות הנורמלית



משמאל לימין: $0.5\%,\ 1.5\%,\ 5\%,\ 9\%,\ 15\%,\ 19\%$ – ואז אותו דבר בסדר הפוך (סימטריה).

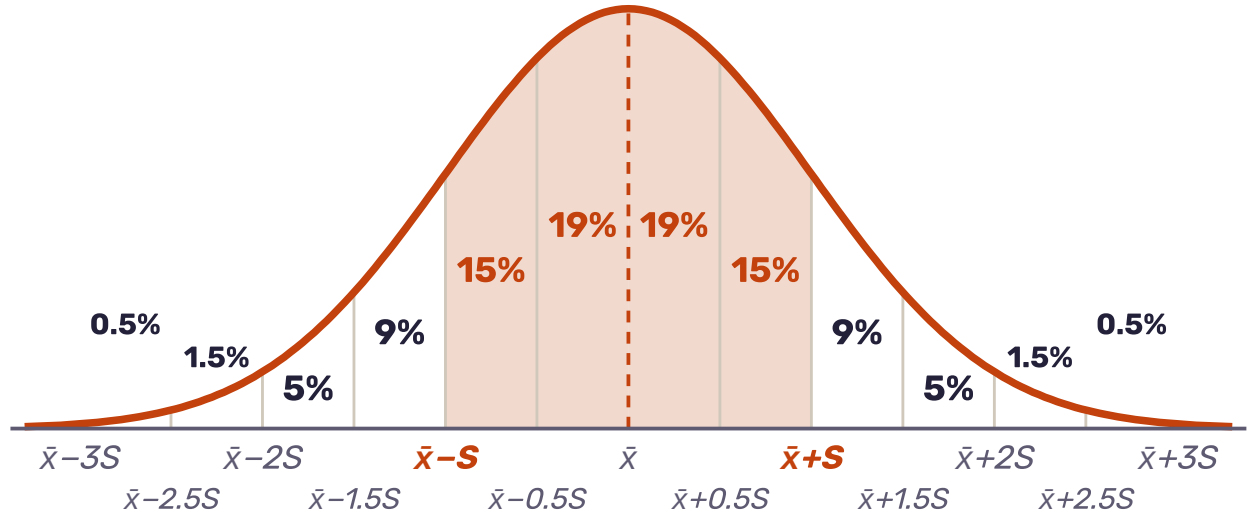
ציון תקן (גם בנוסחאון): $z = \dfrac{x - \bar{x}}{S}$

כלי 1: אחוזים בין שני ערכים

מחברים את האחוזים של כל הקטעים שבין שני הערכים.

התחום	האחוז
בין $\bar{x}$ ל־$\bar{x}+S$	$19\%+15\%=34\%$
בין $\bar{x}-S$ ל־$\bar{x}+S$	$15+19+19+15=68\%$
מתחת ל־$\bar{x}-S$	$0.5+1.5+5+9=16\%$
מעל $\bar{x}+1.5S$	$5+1.5+0.5=7\%$

טיפ: „מתחת לממוצע" = 50%. לכן מתחת ל־$\bar{x}+S$:
$50\%+34\%=84\%$



בין $\bar{x}-S$ ל־$\bar{x}+S$

כלי 2: מציאת S או $\bar{x}$ מאחוז נתון

1. מחפשים בגרף את הגבול שמשמאלו (או מימינו) יש בדיוק האחוז הנתון.
2. כותבים משוואה: הגבול = הערך הנתון.
3. מציבים את מה שידוע ופותרים.

משמאל לגבול	הגבול
7%	$\bar{x}-1.5S$
16%	$\bar{x}-S$
50%	$\bar{x}$
84%	$\bar{x}+S$
93%	$\bar{x}+1.5S$

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 3

הממוצע $\bar{x}=630$.

84% מהלקוחות קנו בפחות מ־750 ש"ח. מהי S?

משמאל ל־$\bar{x}+S$: $50\%+19\%+15\%=84\%$

$$\bar{x}+S=750 \;\Rightarrow\; 630+S=750$$

$$S=120$$

בגרות חורף תשפ"ה (2025) • שאלה 3

סטיית התקן $S=2.4$.

16% מהמשפחות צורכות פחות מ־7 מ"ק. מהו $\bar{x}$?

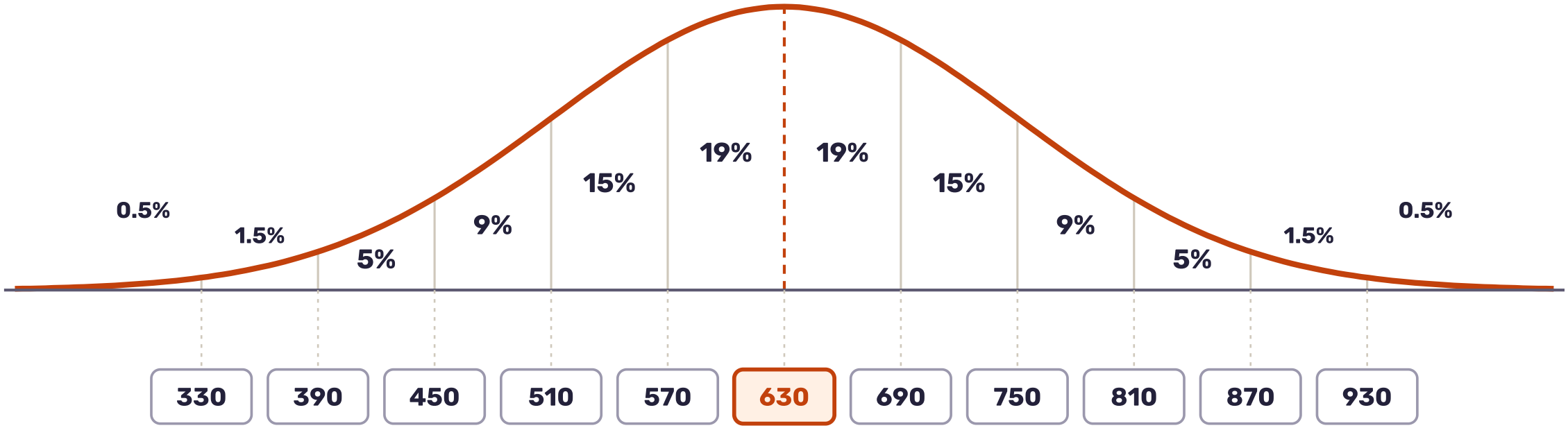
משמאל ל־$\bar{x}-S$: $0.5+1.5+5+9=16\%$

$$\bar{x}-S=7 \;\Rightarrow\; \bar{x}-2.4=7$$

$$\bar{x}=9.4$$

כלי 3: השלמת המלבנים שעל הציר

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 3



1. במלבן **האמצעי** כותבים את הממוצע: 630
2. הצעד בין מלבנים הוא **חצי** סטיית תקן: $\frac{1}{2}\cdot 120 = 60$
3. ימינה מוסיפים 60, שמאלה מורידים 60.

שימו לב: הצעד הוא $\frac{1}{2}S$, לא S! מ־630 ל־750 יש **שני** מלבנים, כי $\bar{x} + S = 750$.

כלי 4: מאחוזים למספר אנשים – ובחזרה

יודעים את המספר הכולל N – מוצאים כמה

כמות = אחוז × N (אחוז כשבר עשרוני)

אם יש 500 שליחים, ו־34% נסעו בין 1,470 ל־1,910 ק"מ:

$$0.34 \cdot 500 = 170$$

כלומר 170 שליחים.

יודעים כמה – מוצאים את N

מסמנים N, כותבים משוואה ומחלקים.

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 3

952 לקוחות הם 68% מכל הלקוחות:

$$0.68N = 952$$

$$N = \frac{952}{0.68} = 1400$$

שימו לב: $34\% = 0.34$, $7\% = 0.07$, $1.5\% = 0.015$. ותמיד בודקים: האם התשובה הגיונית?

כלי 5: ציון תקן z

📘 מהנוסחאון

ציון התקן z של הערך x:

$$z = \frac{x - \bar{x}}{S}$$

- z אומר **כמה סטיות תקן** הערך רחוק מהממוצע.
- z חיובי – מעל הממוצע; z שלילי – מתחת לממוצע.
- כשנתון z ומחפשים את הערך: $x = \bar{x} + z \cdot S$

בגרות חורף תשפ"ו (2026) • שאלה 3

$\bar{x} = 1470 \quad S = 440$

דני נסע 2,482 ק"מ. מה ציון התקן שלו?

$$z = \frac{2482 - 1470}{440} = \frac{1012}{440} = 2.3$$

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 3

$\bar{x} = 630 \quad S = 120 \quad z = 0.8$

בכמה שקלים קנה דניאל?

$$x = 630 + 0.8 \cdot 120$$
$$= 630 + 96 = 726$$

שאלת בגרות פתורה (חלק א)

בגרות חורף תשפ"ו (2026) • שאלה 3

המרחקים שנסעו השליחים בחברה מתפלגים נורמלית, והממוצע הוא 1,470 ק"מ. 7% מהשליחים נסעו פחות מ־810 ק"מ.

א1 סטיית התקן ← משמאל ל־$\bar{x}-1.5S$ יש

$$0.5\%+1.5\%+5\%=7\%$$

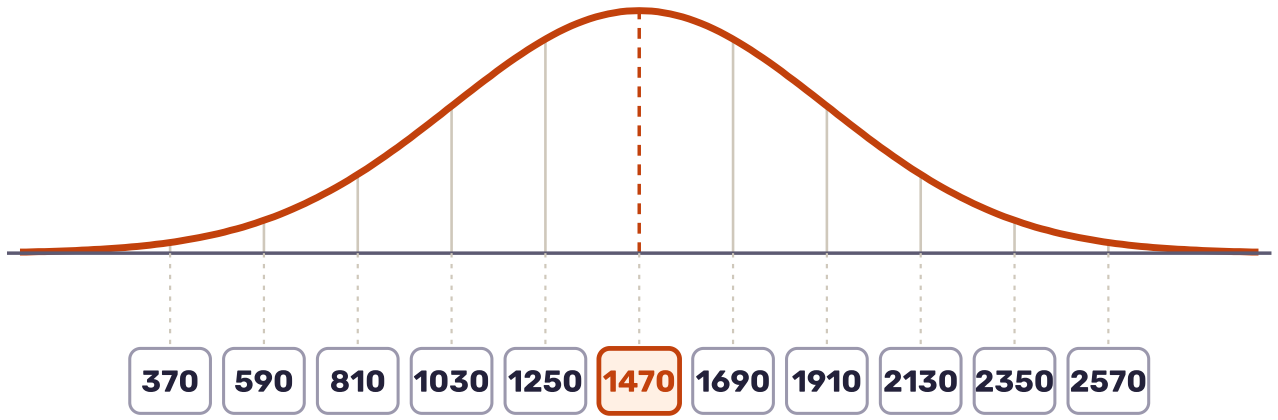
$$\bar{x}-1.5S=810$$

$$1470-1.5S=810$$

$$1.5S=660 \;\Rightarrow\; S=440$$

$S=440$ ק"מ

א2 המלבנים: באמצע 1,470, הצעד $\frac{1}{2}\cdot 440=220$



שאלת בגרות פתורה (חלק ב)

בגרות חורף תשפ"ו (2026) • שאלה 3

ב כמה אחוזים נסעו בין הממוצע ל־1,910 ק"מ?

$$1910 = 1470 + 440 = \bar{x} + S$$

$$19\% + 15\% = 34\%$$

ג 170 שליחים נסעו בתחום הזה. כמה שליחים יש בחברה?

$$0.34N = 170 \;\Rightarrow\; N = \frac{170}{0.34} = 500$$

500 שליחים

ד שליח עם ציון תקן **גבוה מ־2.6** מקבל תוספת. דני נסע 2,482 ק"מ. האם קיבל?

$$z = \frac{x - \bar{x}}{S} = \frac{2482 - 1470}{440} = \frac{1012}{440} = 2.3$$

$$2.3 < 2.6$$

לא – ציון התקן של דני (2.3) נמוך מ־2.6

דוגמה נוספת: שני תחומים יחד

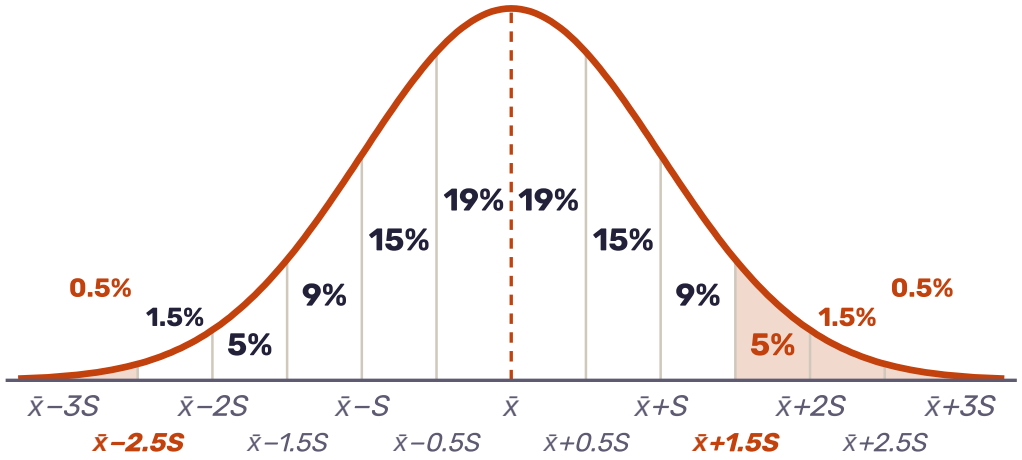
בגרות חורף תשפ"ה (2025) • שאלה 3

$\bar{x}=9.4$, $S=2.4$. בודקים את שעון המים למשפחות שציון התקן שלהן **גדול מ־1.5** או **קטן מ־(−2.5)**. לכמה אחוזים מהמשפחות ייבדק השעון?

$z>1.5$ ← מימין ל־$\bar{x}+1.5S$: $5\%+1.5\%+0.5\%=7\%$

$z<-2.5$ ← משמאל ל־$\bar{x}-2.5S$: 0.5%

סך הכול: $7\%+0.5\%=7.5\%$



ציון תקן = מספר סטיות התקן. $z=1.5 \rightarrow \bar{x}+1.5S$

שימו לב – הטעויות הנפוצות

1. **כל קטע בגרף הוא חצי** S – גם בציר וגם במלבנים.
2. **„פחות מ־"** – השטח **משמאל**.
   „יותר מ־" – השטח **מימין**.
3. **אחוז לשבר עשרוני:** $7\% = 0.07$, לא 0.7.
4. **„בין הממוצע ל־..."** – מתחילים לספור מהאמצע.
5. **סדר בציון תקן:** $x - \bar{x}$ קודם, ואז מחלקים ב־S.
6. z **שלילי** = מתחת לממוצע. למשל $-1 > -2.5$.
7. **מספר אנשים** יוצא מספר שלם – אם לא, בדקו שוב.
8. **עונים על השאלה**: „כן/לא" + נימוק עם המספרים.

בדיקה עצמית

זמני הריצה של תלמידים מתפלגים נורמלית. הממוצע 60 שניות, וסטיית התקן 8 שניות.

1. מה כתוב במלבן האמצעי ובשני המלבנים שמימינו?
2. כמה אחוזים רצו בין 52 ל־68 שניות?
3. כמה אחוזים רצו יותר מ־72 שניות?
4. רצו 1,000 תלמידים. כמה רצו פחות מ־52 שניות?
5. מה ציון התקן של 66 שניות?

התשובות (לפתוח אחרי שפתרתם)

1. הצעד $\frac{1}{2}\cdot 8 = 4$: 60, 64, 68
2. $\bar{x} - S = 52$
   $\bar{x} + S = 68$ ← **68%**
3. $\bar{x} + 1.5S = 60 + 12 = 72$
   $5 + 1.5 + 0.5 =$ **7%**
4. מתחת ל־$\bar{x} - S$: 16%
   $0.16 \cdot 1000 =$ **160 תלמידים**
5. $z = \frac{66-60}{8} = \frac{6}{8} =$ **0.75**

לתרגול: באתר יש 17 שאלות בגרות בהתפלגות נורמלית, עם פתרון מלא ופתרון וידאו.