מודל ריבועי

מצגת הסבר – מההתחלה ועד שאלת בגרות מלאה

מתמטיקה 3 יח״ל | שאלון 35372 | תכנית חדשה | לפי הנוסחאון

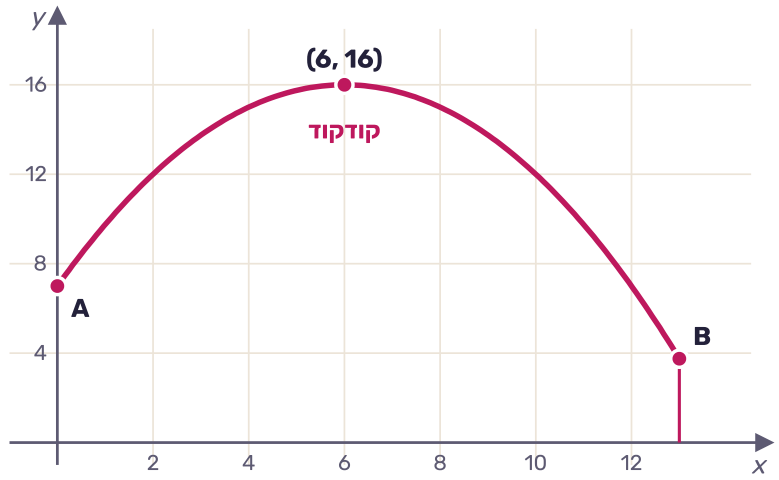
האתר נבנה ע״י עדי והבינה

מה נלמד?

בבחינה, שאלת המודל הריבועי מתארת **מצב מהחיים** – זריקת כדור, גשר, מגלשה, מסילה – בעזרת פונקצייה ריבועית. נלמד לענות על כל סוג סעיף:

1. לזהות את a, b, c ואת צורת הפרבולה
2. להציב x ולמצוא y (למשל נקודת ההתחלה)
3. למצוא את **הקודקוד** – גובה מקסימלי או נקודה נמוכה ביותר
4. למצוא מתי y שווה לערך נתון – **נוסחת השורשים**
5. לקבוע מתי יש **עלייה** ומתי **ירידה**

ובסוף: שתי שאלות בגרות פתורות ובדיקה עצמית.



מסילת רכבת הרים – בגרות קיץ תשפ"ו

פונקצייה ריבועית והמקדמים a, b, c

הצורה הכללית

$$y = ax^2 + bx + c \qquad (a \neq 0)$$

- a – המקדם של x^2
- b – המקדם של x
- c – המספר החופשי

לפעמים כתוב $f(x)$ במקום y – זה אותו דבר.

מה מייצגים x ו־y בשאלה?

x – בדרך כלל **זמן** (שניות) או **מרחק אופקי** (מטרים).

y – בדרך כלל **גובה** (מטרים), או כמות.

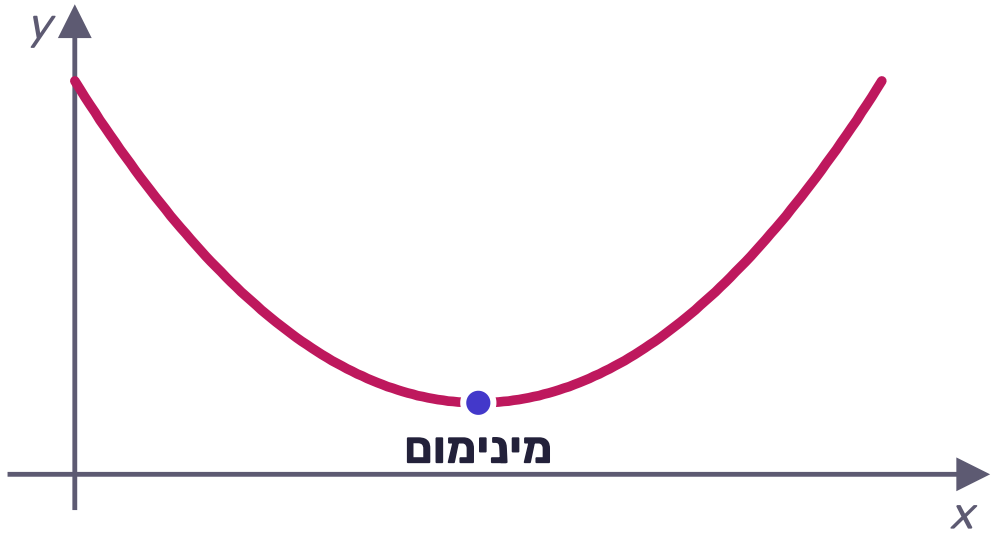
תמיד קוראים בשאלה מה כל ציר מתאר – זה קובע את היחידות בתשובה.

הפונקצייה	a	b	c	מאיפה
$y = -5x^2 + 16x + 2$	-5	16	2	חורף תשפ"ד – זריקת אבן
$y = x^2 - 8x + 17$	1	-8	17	קיץ תשפ"ד מועד א' – ייצור
$y = -0.1x^2 + 0.8x$	-0.1	0.8	0	קיץ תשפ"ה מועד ב' – גשר

שימו לב: הסימן שלפני המספר שייך למקדם ($-8x \leftarrow b = -8$). אין x בלי מספר? המקדם הוא 1. אין מספר חופשי? $c = 0$.

מחייכת או בוכה? הכול לפי הסימן של a

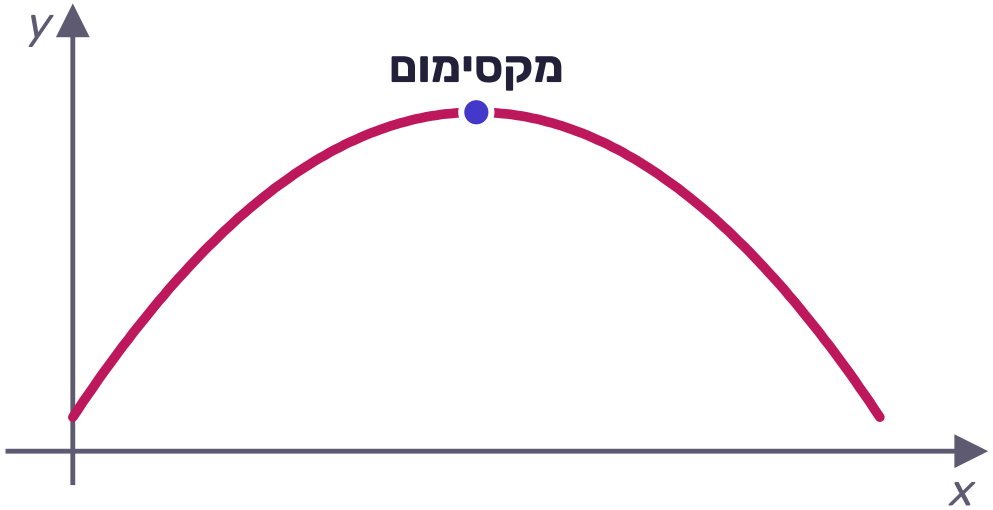
$a > 0$ – פרבולה „מחייכת" ∪



לקודקוד יש **מינימום** – הנקודה **הנמוכה ביותר**.

משמאל לקודקוד יורדת, מימינו עולה.

$a < 0$ – פרבולה „בוכה" ∩



לקודקוד יש **מקסימום** – **הגובה המקסימלי**.

משמאל לקודקוד עולה, מימינו יורדת.

הפרבולה **סימטרית**: ציר הסימטרייה עובר דרך הקודקוד. את הצורה רואים מיד מהסימן של a – עוד לפני כל חישוב.

מה יש בנוסחאון?

📘 מהנוסחאון – אלגברה

משוואה ריבועית: $ax^2+bx+c=0 \ \ (a\neq 0)$ **השורשים:**

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

📘 מהנוסחאון – אלגברה

פונקצייה ריבועית: $y=ax^2+bx+c \ \ (a\neq 0)$ **ערך ה־x של קודקוד הפרבולה:**

$$x=\frac{-b}{2a}$$

נוסחת השורשים – כשמחפשים איפה y שווה לערך מסוים (וגם חיתוך עם ציר ה־x, כלומר $y=0$).

שימו לב: בנוסחאון יש רק את ה־x של הקודקוד. את ה־y מוצאים כשמציבים את ה־x הזה בפונקצייה.

איך יודעים מה לעשות בכל סעיף?

מה כתוב בשאלה	מה עושים
„נקודת ההתחלה", „רגע הזריקה", „הנקודה על ציר ה־y"	מציבים $x = 0$ (התוצאה היא c)
„מה הגובה כאשר…", „שיעור ה־x של הנקודה הוא 13"	מציבים את ה־x הנתון בפונקצייה
„הגובה המקסימלי", „הנקודה הנמוכה ביותר"	קודקוד: $x = \frac{-b}{2a}$, ואז מציבים
„מתי / איפה הגובה הוא 12 מטרים"	מציבים $y = 12$ ופותרים בנוסחת השורשים
„פוגע בקרקע", „בגובה פני המים", „חיתוך עם ציר ה־x"	מציבים $y = 0$ ופותרים
„מגמת עלייה" / „מגמת ירידה"	לפי הסימן של a ולפי הקודקוד

טיפ: לפני שמתחילים לחשב, סמנו בשאלה מה **נתון** – x או y – ומה **מחפשים**.

כלי 1: הצבה של x

1. כותבים את הפונקצייה, ובמקום כל x – המספר **בסוגריים** (אם הוא שלילי).
2. סדר פעולות: קודם **חזקה**, אחר כך **כפל**, ובסוף **חיבור וחיסור**.
3. כותבים תשובה עם יחידות.

דוגמה: גובה נקודת ההתחלה ($x = 0$)

$$f(0) = -0.25 \cdot 0^2 + 3 \cdot 0 + 7 = 7$$

בנקודה על ציר ה־y תמיד יוצא c.

דוגמה: $x = 5.2$

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד א' • שאלה 4

$$y(5.2) = -0.4 \cdot 5.2^2 + 2 \cdot 5.2 + 1.1$$
$$= -0.4 \cdot 27.04 + 10.4 + 1.1$$
$$= -10.816 + 11.5 = 0.684$$

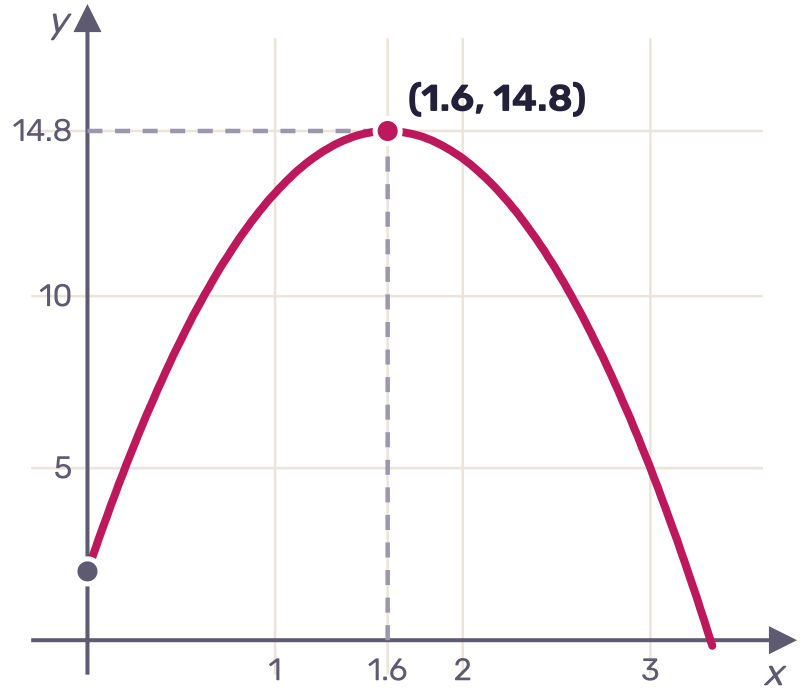
הגובה: 0.684 מטרים

שימו לב:

- ב־$-0.4 \cdot 5.2^2$ קודם מחשבים $5.2^2 = 27.04$, ורק אז כופלים ב־-0.4.
- במחשבון, מספר שלילי בריבוע – בסוגריים: $(-2)^2 = 4$, אבל $-2^2 = -4$.

כלי 2: הקודקוד – מקסימום או מינימום

1. מזהים את a ואת b (עם הסימנים).
2. מוצאים את x של הקודקוד: $x = \frac{-b}{2a}$
3. מציבים את ה־x הזה בפונקצייה ומקבלים את y.
4. עונים במילים: מתי / איפה, ומה הגובה.



$a < 0$ ← „בוכה" ← הקודקוד הוא הגובה המקסימלי

בגרות חורף תשפ"ד (2024) • שאלה 4

גובה האבן: $y = -5x^2 + 16x + 2$ (x – זמן בשניות)

$a = -5$, $b = 16$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-16}{2 \cdot (-5)} = \frac{-16}{-10} = 1.6$$

$$y(1.6) = -5 \cdot 1.6^2 + 16 \cdot 1.6 + 2$$

$$= -12.8 + 25.6 + 2 = 14.8$$

כעבור 1.6 שניות, בגובה 14.8 מטרים

כלי 3: מתי y שווה לערך נתון?

1. מציבים את הערך הנתון במקום y.
2. מעבירים אגפים: הכול באגף אחד, ו־0 באגף השני.
3. מזהים a, b, c **של המשוואה החדשה** (c השתנה!).
4. פותרים בנוסחת השורשים.
5. בודקים אילו פתרונות מתאימים לסיפור.

בגרות קיץ תשפ"ד (2024) – מועד א' • שאלה 4

מספר המוצרים (במיליונים): $y = x^2 - 8x + 17$

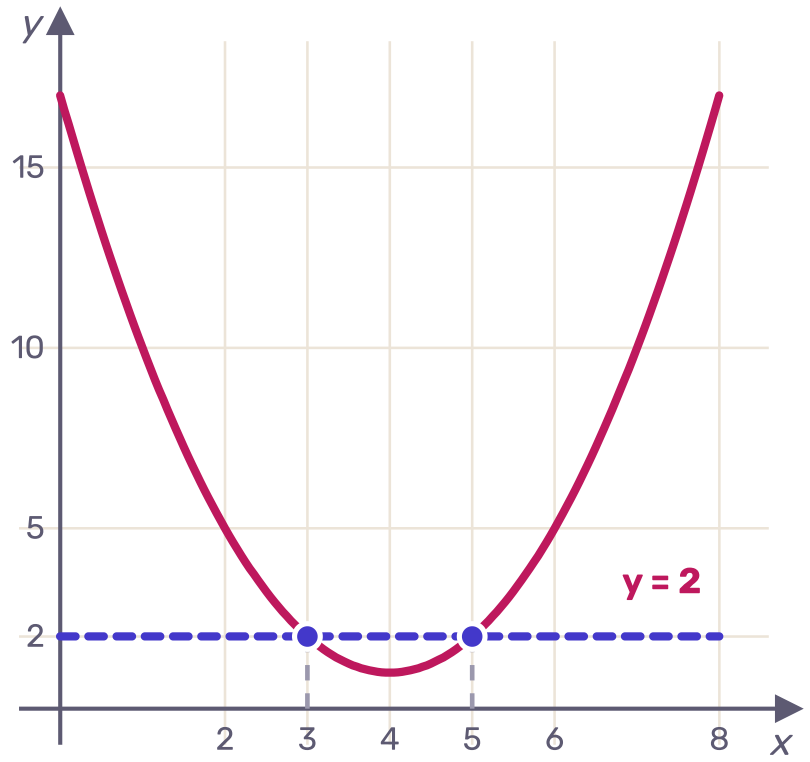
מתי ייצרו 2 מיליון מוצרים?

$$x^2 - 8x + 17 = 2 \;\Rightarrow\; x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 15}}{2 \cdot 1} = \frac{8 \pm 2}{2}$$

$$x_1 = 5 \qquad x_2 = 3$$

כעבור 3 שנים וכעבור 5 שנים



הישר $y = 2$ חותך את הפרבולה פעמיים

מקרה מיוחד: $c = 0$ • ובחירת הפתרון המתאים

כשאין מספר חופשי ומציבים $y = 0$ – גורם משותף

בגרות קיץ תשפ"ה (2025) – מועד ב' • שאלה 4

גשר: $y = -0.1x^2 + 0.8x$

איפה הגשר בגובה פני המים? $y = 0$ ←

$$-0.1x^2 + 0.8x = 0$$

$$x(-0.1x + 0.8) = 0$$

מכפלה שווה 0 כאשר אחד הגורמים שווה 0:

$$x = 0 \quad \text{או} \quad -0.1x + 0.8 = 0 \;\Rightarrow\; x = 8$$

אפשר לפתור גם בנוסחת השורשים עם $c = 0$ – התוצאה זהה.

לא כל פתרון מתאים לסיפור!

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד א' • שאלה 4

איפה הכדור פוגע בקרקע? $y = 0$ ←:

$$-0.4x^2 + 2x + 1.1 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot (-0.4) \cdot 1.1}}{2 \cdot (-0.4)}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{5.76}}{-0.8} = \frac{-2 \pm 2.4}{-0.8}$$

$$x_1 = -0.5 \qquad x_2 = 5.5$$

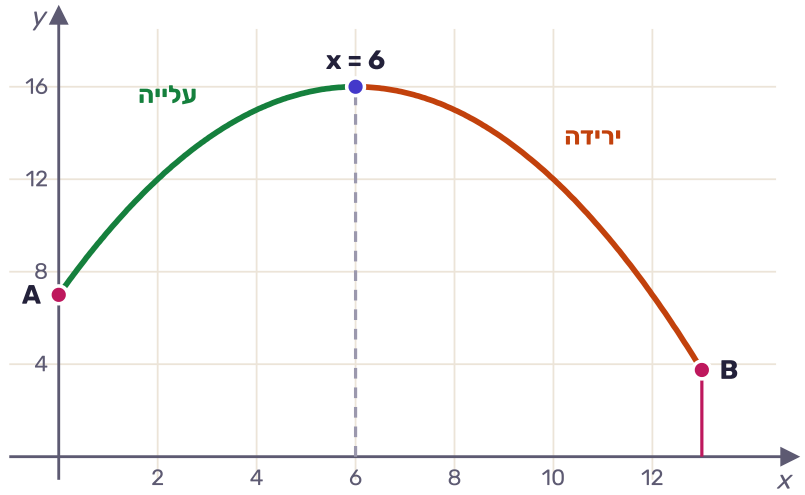
$x = -0.5$ נמצא „מאחורי" נקודת הזריקה – **לא מתאים**.

הכדור פוגע בקרקע ב־$x = 5.5$ מטרים

פוסלים פתרון כש: הזמן שלילי, הנקודה מחוץ לקטע שבסרטוט, או שהסרטוט מראה שהנקודה בצד השני של הקודקוד.

כלי 4: מגמת עלייה ומגמת ירידה

1. לפי הסימן של a: „בוכה" – קודם עולה ואז יורדת. „מחייכת" – קודם יורדת ואז עולה.
2. מוצאים את x של הקודקוד – שם מתחלפת המגמה.
3. כותבים תחום של x, מתחילת הקטע בסיפור ועד הקודקוד (או מהקודקוד ועד סוף הקטע).



בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 4

$a = -0.25 < 0$, הקודקוד ב־$x = 6$, המסילה מתחילה ב־$x = 0$:

מגמת עלייה: $0 < x < 6$

שימו לב: ציר ה־x מתקדם **משמאל לימין** – גם כשקוראים בעברית. התחום הוא של ערכי x, לא של גבהים.

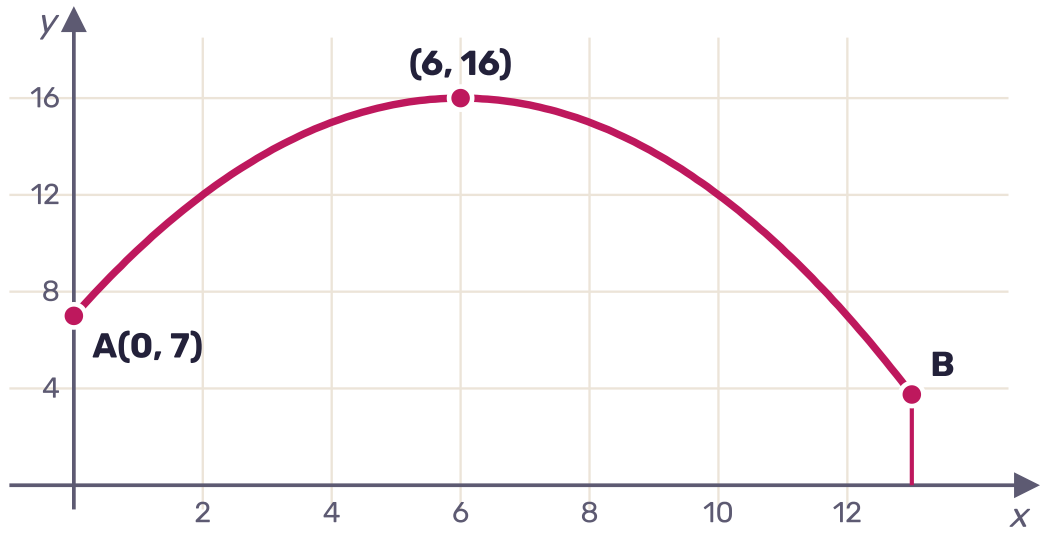
שאלת בגרות פתורה 1 (חלק א)

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 4

קטע ממסילת רכבת הרים מתואר ע"י הפונקצייה $f(x) = -0.25x^2 + 3x + 7$.

x – המרחק האופקי (במטרים) מן הנקודה A שעל ציר ה־y.

$f(x)$ – גובה המסילה (במטרים). הקטע מסתיים בנקודה B.



א מה גובה הנקודה A? ← A על ציר ה־y, מציבים $x = 0$:

$$f(0) = -0.25 \cdot 0^2 + 3 \cdot 0 + 7 = 7$$

7 מטרים

ב1 מהו הגובה המקסימלי של המסילה? ← קודקוד, עם $a = -0.25$ ו־$b = 3$:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{2 \cdot (-0.25)} = \frac{-3}{-0.5} = 6$$

$$f(6) = -0.25 \cdot 6^2 + 3 \cdot 6 + 7$$

$$= -9 + 18 + 7 = 16$$

16 מטרים

שאלת בגרות פתורה 1 (חלק ב)

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 4

ב2 מתי המסילה במגמת עלייה? ← $a<0$ („בוכה"): עולה עד הקודקוד $x=6$, והקטע מתחיל ב־$x=0$.

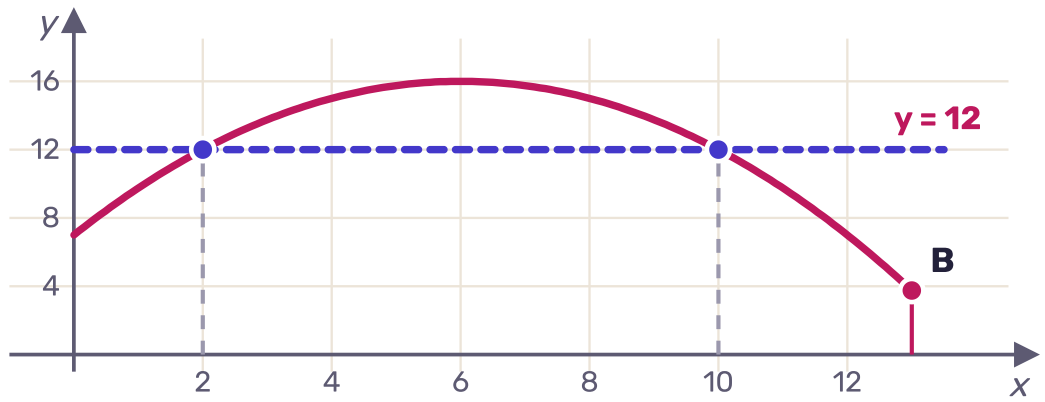
$$0<x<6$$

ג עמוד תמיכה בנקודה B, שבה $x=13$. מה גובהו? ← מציבים $x=13$:

$$f(13)=-0.25\cdot 13^2+3\cdot 13+7$$

$$=-0.25\cdot 169+39+7=-42.25+46=3.75$$

גובה העמוד: 3.75 מטרים



ד מצלמות הוצבו בנקודות שבהן גובה המסילה 12 מטרים. מהם שיעורי ה־x שלהן? ← מציבים $f(x)=12$:

$$-0.25x^2+3x+7=12$$

$$-0.25x^2+3x-5=0 \qquad (c=-5)$$

$$x_{1,2}=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot(-0.25)\cdot(-5)}}{2\cdot(-0.25)}$$

$$=\frac{-3\pm\sqrt{9-5}}{-0.5}=\frac{-3\pm 2}{-0.5}$$

$$x_1=\frac{-1}{-0.5}=2 \qquad x_2=\frac{-5}{-0.5}=10$$

שני הערכים נמצאים בין A ($x=0$) ל־B ($x=13$), ולכן שניהם מתאימים.

$x=2$ **וגם** $x=10$

שאלת בגרות פתורה 2: פרבולה „מחייכת"

בגרות חורף תשפ"ו (2026) • שאלה 4

נועם גולש על מסלול שצורתו פרבולה: $y = 0.4x^2 - 1.2x$.
המסלול מתחיל בראשית הצירים O ומסתיים בנקודה A שעל ציר ה־x.

א אורך OA ← מציבים $y = 0$ (אין c – גורם משותף):

$$0.4x^2 - 1.2x = 0 \;\Rightarrow\; x(0.4x - 1.2) = 0$$

$x = 0$ (הנקודה O) או $0.4x = 1.2 \Rightarrow x = 3$ (הנקודה A)

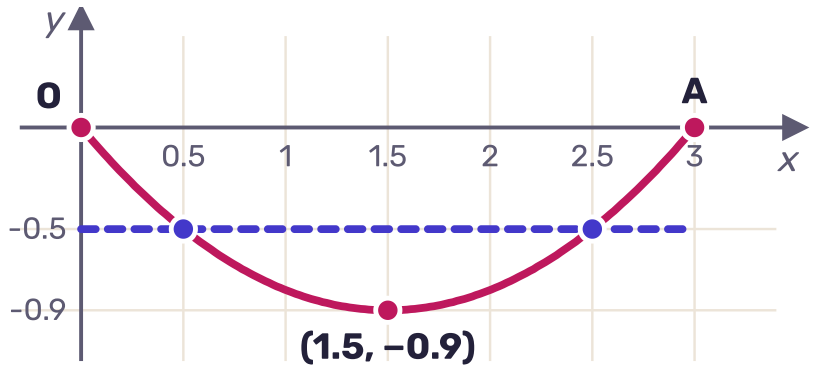
$$OA = 3 - 0 = 3$$

ב הנקודה הנמוכה ביותר ← $a = 0.4 > 0$ („מחייכת"), קודקוד:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-1.2)}{2 \cdot 0.4} = \frac{1.2}{0.8} = 1.5$$

$$y = 0.4 \cdot 1.5^2 - 1.2 \cdot 1.5 = 0.9 - 1.8 = -0.9$$

$$(1.5,\ -0.9)$$



ג מגמת ירידה ← „מחייכת": יורדת מהנקודה O ועד הקודקוד.

$$0 < x < 1.5$$

ד איפה $y = -0.5$? ← $0.4x^2 - 1.2x + 0.5 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{1.2 \pm \sqrt{(-1.2)^2 - 4 \cdot 0.4 \cdot 0.5}}{2 \cdot 0.4}$$

$$= \frac{1.2 \pm \sqrt{0.64}}{0.8} = \frac{1.2 \pm 0.8}{0.8}$$

$x = 0.5$ **וגם** $x = 2.5$

שימו לב – הטעויות הנפוצות

1. **הסימן שייך למקדם:** בפונקצייה $y = x^2 - 8x + 17$ המקדם הוא $b = -8$, ולכן $-b = 8$.
2. **אחרי העברת אגפים c משתנה:** $-0.25x^2 + 3x + 7 = 12 \leftarrow c = -5$, לא 7.
3. $\frac{-b}{2a}$ **נותן רק את x של הקודקוד.** את הגובה מוצאים בהצבה.
4. **סדר פעולות בהצבה:** $-0.25 \cdot 6^2 = -0.25 \cdot 36 = -9$ (קודם חזקה).
5. **בודקים כל פתרון מול הסיפור:** זמן שלילי או נקודה מחוץ לקטע – לא מתאים.
6. **תחום עלייה/ירידה – ערכי x בלבד:** כותבים $0 < x < 6$, לא גבהים.
7. **מכנה שלילי:** כש־$a < 0$ גם $2a$ שלילי – $\frac{-3-2}{-0.5} = 10$ (מינוס חלקי מינוס = פלוס).
8. **תשובה מלאה:** מספר + יחידות + משפט קצר („כעבור 1.6 שניות, בגובה 14.8 מטרים").

בדיקה עצמית

כדור נזרק כלפי מעלה. גובהו (במטרים) כעבור x שניות הוא:

$$y = -2x^2 + 8x + 10$$

1. מאיזה גובה נזרק הכדור?
2. מה הגובה המקסימלי של הכדור, וכעבור כמה שניות הוא מגיע אליו?
3. כעבור כמה שניות הכדור בגובה 16 מטרים?
4. כעבור כמה שניות הכדור פוגע בקרקע?
5. באיזה תחום זמן הכדור עולה?

פתרו על דף, ורק אז פתחו את התשובות.

התשובות (לפתוח אחרי שפתרתם)

1. מציבים $x = 0$: **10 מטרים**.
2. $x = \frac{-8}{2\cdot(-2)} = 2$, ואז $y(2) = 18$.
   18 מטרים, כעבור 2 שניות.
3. $-2x^2 + 8x - 6 = 0$
   כעבור שנייה אחת וכעבור 3 שניות.
4. $-2x^2 + 8x + 10 = 0 \leftarrow x = 5$ או $x = -1$.
   זמן שלילי לא מתאים: **כעבור 5 שניות**.
5. „בוכה", הקודקוד ב־$x = 2$: $0 < x < 2$.

רוצים עוד תרגול? באתר יש 9 שאלות בגרות במודל ריבועי, עם פתרון מלא לכל סעיף ופתרון וידאו.