גופים במרחב

מצגת הסבר – נפח, שטח פנים ושטח מעטפת

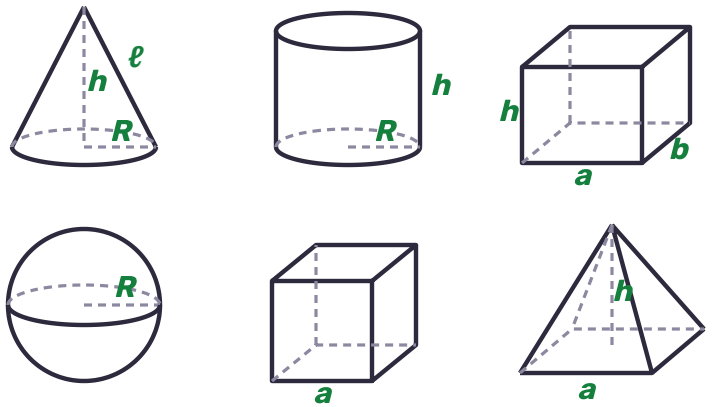
מתמטיקה 3 יח״ל | שאלון 35372 | תכנית חדשה | לפי הנוסחאון

האתר נבנה ע״י עדי והבינה

מה נלמד?

שאלות „מהחיים": קופסה, אקווריום, גביע גלידה, נר. מחשבים:

1. **נפח** של גוף – כמה הוא מכיל
2. **שטח פנים** ו**שטח מעטפת** – כמה חומר צריך לבנות אותו
3. מקצוע, גובה או רדיוס **חסרים** – בעזרת נפח או פיתגורס
4. השוואות: כמה נכנס, מה גדול יותר, האם מספיק



המושגים

נפח V

כמה מקום הגוף תופס / מכיל. ביחידות **מעוקבות**: סמ"ק, מ"ק.

שטח פנים F

סכום השטחים של **כל** הפאות – כולל הבסיסים. ביחידות **ריבועיות**: סמ"ר, מ"ר.

שטח מעטפת M

רק הפאות **הצדדיות** – בלי הבסיסים. למשל נייר של גביע גלידה.

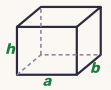
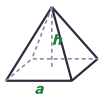
בסיס S וגובה h

S – שטח הבסיס. h – הגובה, **מאונך** לבסיס.

שימושי: 1 ליטר = 1,000 סמ"ק. היקף מעגל $2\pi R$, ושטח עיגול πR^2.

מה יש בנוסחאון? (1)

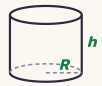
📘 מהנוסחאון – גאומטרייה במרחב

הגוף		נפח V	שטח פנים F	שטח מעטפת M
תיבה		$V = a \cdot b \cdot h$	$F = M + 2 \cdot a \cdot b$	$M = 2(a \cdot h + b \cdot h)$
קובייה		$V = a^3$	$F = 6 \cdot a^2$	$M = 4 \cdot a^2$
מנסרה ישרה (בסיס משולש)		$V = S \cdot h$	$F = M + 2 \cdot S$	$M = h \cdot P$
פירמידה ישרה		$V = \frac{S \cdot h}{3}$	$F = M + S$	סכום שטחי הפאות הצדדיות

S – שטח הבסיס, P – היקף הבסיס, h – הגובה

מה יש בנוסחאון? (2)

📘 מהנוסחאון – גופים עגולים

הגוף		נפח V	שטח פנים F	שטח מעטפת M
גליל ישר		$V = \pi \cdot R^2 \cdot h$	$F = M + 2 \cdot \pi \cdot R^2$	$M = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h$
חרוט ישר		$V = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot h}{3}$	$F = M + \pi \cdot R^2$	$M = \pi \cdot R \cdot \ell$
כדור		$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$	$F = 4 \cdot \pi \cdot R^2$	

R – רדיוס הבסיס (או הכדור), ℓ – הקו היוצר של החרוט

📘 משפט פיתגורס

$a^2 + b^2 = c^2$ (במשולש ישר זווית, c – היתר)

כלי 1: נפח – מציבים בנוסחה

תיבה

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 6

אקווריום: 60 על 30 ס"מ, גובה 40 ס"מ.

$$V = a \cdot b \cdot h = 60 \cdot 30 \cdot 40$$

$72{,}000$ סמ"ק

גליל

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 6

מסגן: $R = 6$, $h = 18$.

$$V = \pi \cdot 6^2 \cdot 18 = \pi \cdot 36 \cdot 18$$

$$= 648\pi \approx 2035.75$$

בערך 2035.75 סמ"ק

עם π: כותבים קודם את התוצאה המדויקת (648π), ורק בסוף מעגלים.

כלי 2: מוצאים מידה חסרה

1. כותבים את נוסחת הנפח (או השטח).
2. מציבים את כל מה שידוע ואת הנפח הנתון.
3. פותרים משוואה ומוצאים את המידה החסרה.

בגרות חורף תשפ"ג (2023) • שאלה 5

נפח קובייה 27 סמ"ק. מהו המקצוע?

$$a^3 = 27 \Rightarrow a = \sqrt[3]{27} = 3$$

בגרות קיץ תשפ"ג (2023) – מועד א' • שאלה 4

פירמידה שבסיסה ריבוע בצלע 4, ונפחה 64 סמ"ק. מה גובהה?

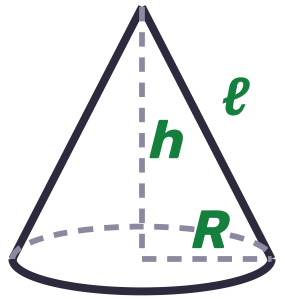
שטח הבסיס: $S = 4 \cdot 4 = 16$

$$\frac{S \cdot h}{3} = 64 \Rightarrow \frac{16 \cdot h}{3} = 64$$

$$16h = 192 \Rightarrow h = 12$$

12 ס"מ

כלי 3: פיתגורס בחרוט ובפירמידה



h, R ו־ℓ – משולש ישר זווית, ℓ הוא היתר

בגרות חורף תשפ"ג (2023) • שאלה 4

גביע גלידה: חרוט עם $R = 4$ ו־$h = 12$. מצאו את הקו היוצר.

$$\ell^2 = R^2 + h^2 = 4^2 + 12^2 = 16 + 144 = 160$$

$$\ell = \sqrt{160} \approx 12.65$$

שטח הנייר = שטח המעטפת:

$$M = \pi \cdot R \cdot \ell = \pi \cdot 4 \cdot \sqrt{160} \approx 158.95$$

בפירמידה: גובה הפירמידה, חצי צלע הבסיס וגובה הפאה הצדדית – גם הם משולש ישר זווית.

כלי 4: שטח פנים ושטח מעטפת

קודם מבינים **מה** מכסים

- קופסה סגורה ← שטח פנים F (כל הפאות)
- קופסה **בלי מכסה** ← F פחות בסיס אחד
- גביע / צינור / תווית ← רק מעטפת M

בגרות קיץ תשפ״ד (2024) – מועד ב׳ • שאלה 5

בכל קובייה (צלע 4 ס״מ) ציפו 5 פאות – העליונה וארבע הצדדיות.

$$4^2 = 16 \qquad 5 \cdot 16 = 80$$

ב־30 קוביות:

$$30 \cdot 80 = 2400$$

$2{,}400$ סמ״ר

שימו לב: שטח ביחידות ריבועיות (סמ״ר), נפח ביחידות מעוקבות (סמ״ק).

שאלת בגרות פתורה

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 6

- אקווריום בצורת תיבה: בסיס 60 על 30 ס"מ, וגובה 40 ס"מ.
- מסנן א' הוא גליל: רדיוס 6 ס"מ וגובה 18 ס"מ. נפח מסנן ב' הוא 1,500 סמ"ק.
- לפי התקן, נפח המסנן צריך להיות לפחות 2% מנפח האקווריום.

א נפח האקווריום:

$$V = 60 \cdot 30 \cdot 40 = 72{,}000$$

72,000 סמ"ק

ב1 נפח מסנן א':

$$V = \pi \cdot 6^2 \cdot 18 = 648\pi \approx 2035.75$$

ב2 2% מנפח האקווריום:

$$0.02 \cdot 72{,}000 = 1{,}440$$

מסנן א': $2035.75 \geq 1440$ ✓

מסנן ב': $1500 \geq 1440$ ✓

שני המסננים מתאימים

ג נפח המים הגדול ביותר עם מסנן א':

$$72{,}000 - 648\pi \approx 69{,}964.25$$

בערך 69,964.25 סמ"ק

שאלת בגרות פתורה: גביע גלידה

בגרות חורף תשפ״ג (2023) • שאלה 4

א נפח הגביע – חרוט עם $R=4$ ו־$h=12$:

$$V=\frac{\pi\cdot 4^2\cdot 12}{3}=\frac{192\pi}{3}=64\pi\approx 201.06$$

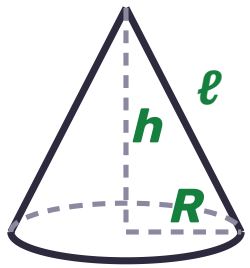
ד גביע „אקסטרים": גובה פי 1.25, אותו רדיוס. הוזמנו 48 גביעים.

$$h=1.25\cdot 12=15$$

$$V=\frac{\pi\cdot 4^2\cdot 15}{3}=80\pi$$

$$48\cdot 80\pi=3840\pi\approx 12{,}063.7$$

בערך $12{,}063.7$ סמ״ק



סעיפים ב–ג (קו יוצר ומעטפת) – בשקופית „פיתגורס"

שימו לב – הטעויות הנפוצות

1. **פירמידה וחרוט** – לא לשכוח לחלק ב־3.
2. **רדיוס ולא קוטר**: אם נתון קוטר – מחלקים ב־2.
3. **בריבוע קודם:** מחשבים R^2, ורק אחר כך כופלים.
4. **מעטפת או פנים?** קוראים מה בדיוק מכסים.
5. **יחידות**: סמ״ר לשטח, סמ״ק לנפח. 1 ליטר = 1,000 סמ״ק.
6. π: משאירים עד הסוף, מעגלים רק בתשובה.
7. **„כמה נכנסים״** – מעגלים **כלפי מטה**.
8. **„האם מספיק״** – משווים ועונים במילים.

בדיקה עצמית

1. גליל: $R = 5$ ס״מ, $h = 10$ ס״מ. מה נפחו?
2. מה שטח המעטפת של הגליל?
3. חרוט: $R = 6$ ו־$h = 8$. מה אורך הקו היוצר?
4. מה נפח החרוט?
5. פירמידה שבסיסה ריבוע בצלע 6, ונפחה 96 סמ״ק. מה גובהה?

התשובות (לפתוח אחרי שפתרתם)

1. $\pi \cdot 25 \cdot 10 = 250\pi \approx$ **785.4 סמ״ק**
2. $2\pi \cdot 5 \cdot 10 = 100\pi \approx$ **314.16 סמ״ר**
3. $\ell^2 = 36 + 64 = 100 \rightarrow \ell = 10$
4. $\frac{\pi \cdot 36 \cdot 8}{3} = 96\pi \approx$ **301.59 סמ״ק**
5. $\frac{36 \cdot h}{3} = 96 \rightarrow 12h = 96 \rightarrow h = 8$

לתרגול: באתר יש 17 שאלות בגרות בגופים, עם פתרון מלא ופתרון וידאו.